

双忆阻 Shinriki 振荡器的 超级多稳态和反单调性分析

闵富红, 金秋森

(南京师范大学电气与自动化工程学院, 江苏南京 210046)

摘要: 本文通过在 Shinriki 振荡器中引入一个有源荷控忆阻, 并且利用一个含绝对值项的磁控忆阻代替原电路中的串并联二极管回路, 提出了一种含双忆阻器的 Shinriki 振荡器. 根据电路拓扑结构图建立了忆阻振荡器的数学模型, 开展了振荡器随电路元件参数变化时的共存分岔、周期-混沌状态转移等动力学特性分析. 结果表明, 双忆阻 Shinriki 振荡器对忆阻的参数值和初始条件有极大的依赖性, 随着忆阻参数值和初始条件在特定域内变化, 振荡器将呈现出共存反单调现象、不完全对称行为、超级多稳态等非线性动力学行为. 此外, 基于 FPGA 开发板完成了双忆阻 Shinriki 振荡器的数字电路仿真, 在示波器上捕捉实验波形, 验证了动力学分析的正确性.

关键词: 忆阻 Shinriki 振荡器; 反单调特性; 超级多稳态; 现场可编程门阵列

中图分类号: TP271 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)11-2263-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.11.004

The Analysis of Antimonotonicity and Extreme Multistability for a Two-Memristor-Based Shinriki Oscillator

MIN Fu-hong, JIN Qiu-sen

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing, Jiangsu 210046, China)

Abstract: A dual memristive shinriki oscillator is proposed through expanding Shinriki oscillator with an active charge-controlled memristor and substituting the series-parallel diode loop in the original circuit with a flux-controlled memristor with an absolute value term. Firstly, the mathematical model of the memristive oscillator is established according to the circuit topology diagram. Secondly, the coexisting bifurcations and routes to period-chaos transitions are analyzed when the circuit parameters are changed. Results show that Shinriki oscillator with double memristors exhibits a great dependence on parameter values and initial conditions of memristors. When the parameter values and initial conditions vary in a particular domain, the oscillator will exhibit nonlinear dynamical behaviors such as the phenomenon of coexisting antimonotonicity, incomplete symmetric behaviors, extreme multistability, etc. Moreover, the digital module circuit of the oscillator is constructed by the FPGA development board. The experimental waveform is captured on the oscilloscope, which verifies the accuracy of numerical simulation.

Key words: memristive Shinriki oscillator; antimonotonicity; extreme multistability; FPGA (field-programmable gate array)

1 引言

1971年, 美国加州大学华裔科学家蔡少棠教授根据电路的完备性, 从理论上首次提出了第四种基本电路元件——忆阻器^[1]. 直至2008年, 第一个纳米级忆阻

器的物理实物模型由惠普实验室研制出^[2], 忆阻器关于电荷和磁通的记忆机理从实验角度得到有效证实, 激发了学者们对忆阻器的研究兴趣. 此后, 多种忆阻非线性电路被相继设计和提出, 包括基于有源二极管忆阻器的蔡氏电路、一阶广义忆阻文氏桥振荡器、基于双

收稿日期: 2019-04-10; 修回日期: 2019-06-24; 责任编辑: 马兰英

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61971228, No. 21875112); 江苏省高校自然科学研究项目资助(No. 19KJB10037); 中国江苏省研究生研究与创新实践项目(No. SJCX19_0199)

曲函数的双忆阻混沌电路等^[3-6]. 与普通非线性系统相比, 含忆阻器的非线性系统一般拥有异常丰富的动力学特性, 如: 多稳态特性、超级多稳态、反单调性、对称性等.

多稳态或者超级多稳态是诸多非线性电路的内在属性, 主要表现为在相同参数条件下变化不同的系统初值, 系统将产生无限多吸引子的共存现象^[7-9]. 文献[10]设计了一种基于忆阻器的超混沌系统, 并在该系统中观察到单涡卷、双涡卷等多种隐藏共存吸引子, 验证了系统的多稳态特性. 文献[11]构造了一个基于双忆阻器的蔡氏混沌电路, 讨论了在特定系统参数下平衡点的稳定性, 预测了电路中的极端多稳态现象. 此外, 近年来许多特殊的非线性行为被观测和讨论, 如反单调现象和非对称共存行为^[12,13]. 其中, 反单调现象^[14,15]通常表现为当某些特定的系统参数发生变化时, 系统产生大量正向或反向倍周期分岔, 将原有的周期轨道破坏, 形成混沌危机, 产生新的周期-混沌气泡. 然而, 在已有的反单调特性研究中, 周期-混沌气泡一般为单串出现, 对称初始条件下所出现的多串气泡共存现象很少被分析和讨论. 类似地, 不同拓扑结构吸引子的非对称共存行为通常存在于低维简单的混沌系统中. 然而, 在高维忆阻系统中, 关于非对称吸引子的共存现象报道鲜少.

此外, 基于广义的蔡氏电路, Shinriki 振荡器于 1981 年被提出, 其具有宽参数域内可连续调节, 信号稳定, 波形良好等优点^[16]. 文献[17]从定性的角度分析了 Shinriki 电路中的周期振荡和混沌运动, 对电路产生的多种分岔现象进行分类. 文献[18]利用非线性时间序列分析方法, 研究了在高斯白噪声影响下, Shinriki 振荡器中混沌吸引子的演变过程. 文献[19]利用单个广义忆阻器替代原 Shinriki 电路中的非线性正电导区域, 分析了振荡器在特定参数区间内的有限吸引子共存现象. 然而, 上述研究分别从不同角度讨论了 Shinriki 振荡器的常规动力学特性, 许多特殊的非线性现象并没有被揭示和研究.

鉴于此, 本文在经典的 Shinriki 振荡器中引入含绝对值项的磁控忆阻器和有源荷控忆阻器, 构建一个新型的双忆阻五维振荡系统, 并且重点对忆阻 Shinriki 振荡器开展了复杂动力学行为的研究工作, 包括共存周期-混沌气泡的反单调现象、不完全对称共存行为、超级多稳态等.

2 双忆阻 Shinriki 电路模型

如图 1 所示, 基于双忆阻器的改进型 Shinriki 振荡器具有简单的电路结构, 主要包含三个部分: 两个不同极性的非线性电导区域和一个 GLC 谐振回路. 其中, 电

路的左半部分是非线性负电导区域, 包括两个等值电阻 R_1 和 R_2 , 一个接地电阻 R_3 , 一个运算放大器和一个电导 G_0 , 该区域提供了整个电路的功率. 电路的非线性正电导区域是一个含绝对值项的二次磁控忆阻器 $W(V_1)$, 替代原电路^[16]中的串并联二极管回路. 相应地, 振荡器的 GLC 谐振回路包括一个电容 C , 电感 L , 可变电导 G 和一个有源荷控忆阻器 $M(q)$. 改进型 Shinriki 混沌振荡器含有五个动态元件分别为电容 C_0 , C , 电感 L , 含绝对值项的二次非线性磁控忆阻器 $W(V_1)$, 有源荷控忆阻器 $M(q)$, 分别对应状态方程五个变量 V_{c_0} , V_c , i_L , V_1 和 q . 根据这五个状态变量和电路元件的结构关系, 利用基尔霍夫电压、电流定律, 可以推导出相应的状态方程为:

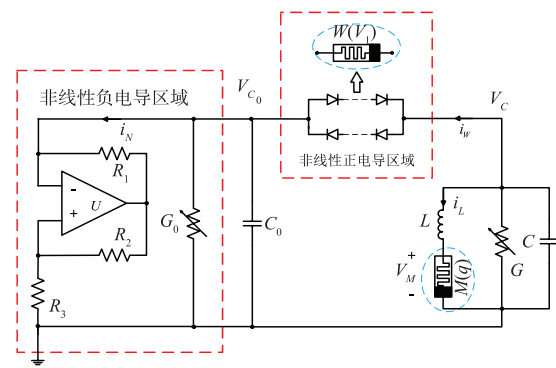


图1 含双忆阻改进型Shinriki振荡电路

$$\begin{cases} dV_{c_0}/dt = [(V_c - V_{c_0})W(V_1) + (1/R_3 - G_0)V_{c_0}]/C_0 \\ dV_c/dt = [(V_{c_0} - V_c)W(V_1) - i_L - GV_c]/C \\ di_L/dt = [V_c - i_L M(q)]/L \\ dV_1/dt = V_c - V_{c_0} \\ dq/dt = i_L \end{cases} \quad (1)$$

其中, $W(V_1)$, $M(q)$ 具体表达式为 $W(V_1) = e_1 + e_2 |V_1|$, $M(q) = h_1 + 3h_2 q^2$. 引入五个新的状态变量和五个电路控制参数, 即:

$$\begin{aligned} x &= V_{c_0}, y = V_c, z = i_L, u = V_1, v = q, \\ a &= 1/C_0, b = 1/C, c = 1/L, d = 1/R_3 - G_0, k = G \end{aligned} \quad (2)$$

对图 1 所描述的电路状态方程(1)进行无量纲化解, 可得如下非光滑非线性微分方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x)(e_1 + e_2 |u|) + adx \\ \dot{y} = b(x - y)(e_1 + e_2 |u|) - bz - bky \\ \dot{z} = cy - cz(h_1 + 3h_2 v^2) \\ \dot{u} = y - x \\ \dot{v} = z \end{cases} \quad (3)$$

为了方便地研究含该振荡器的复杂动力学行为, 将振荡器的参数规范化为:

$$\begin{aligned} a &= 3.423, b = 1, c = 15, d = 1.917, e_1 = 1.058, \\ e_2 &= 3.174, h_1 = -0.01, h_2 = 0.009, k = 0.02 \end{aligned} \quad (4)$$

在初始条件 $[10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, 0]$ 情况下,固定系统参数为式(4),可以获得如图2的混沌吸引子相轨迹.相应地李氏指数为 $L_1 = 0.2307, L_2 = 0.0021, L_3 = 0.0004, L_4 = -0.0247, L_5 = -6.0764$,表明系统处于混沌状态.

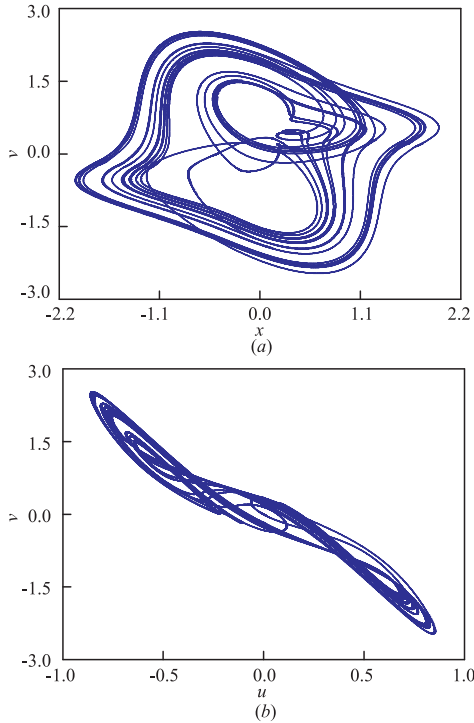


图2 双忆阻Shimriki振荡器的相轨迹图 (a) x - v 平面;(b) u - v 平面

3 动力学行为分析

3.1 共存分岔特性

双忆阻改进型 Shimriki 振荡器中的非线性振荡信号主要产生于图1中电路图的右半区域,其中,LC 并联支路中的可变电导 G 可以实现对电路振荡部分的电流进行监测.考虑将可变电导 G 的参数值 k 作为系统的主要分岔参数,观测该双忆阻系统的稳定不动点、不同周期数极限环、不同拓扑结构吸引子、混沌危机等动力学行为.为了研究系统的共存行为并便于后期硬件电路实现,选取对称微小初始条件为 $[\pm 10^{-6}, \pm 10^{-6}, \pm 10^{-6}, 0, 0]$.控制振荡器中参数 k 在区间 $(0.00, 1.80)$ 内变化,其他电路元件参数如式(4)保持不变,绘制系统的共存分岔图如图3(a).其中,蓝色、红色所标注的轨迹分别表示系统从初始条件 $[10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, 0]$ 和 $[-10^{-6}, -10^{-6}, -10^{-6}, 0, 0]$ 出发的分岔线路.图3(b)完整地给出了初始条件 $[10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, 0]$ 情况下 L_1, L_2, L_3, L_4 和 L_5 共五根李雅普诺夫指数.通过将两图参数的比较、论证,可以推

算出含双忆阻振荡器从一种特定动力学行为转化为另一种特定动力学行为的临界参数.

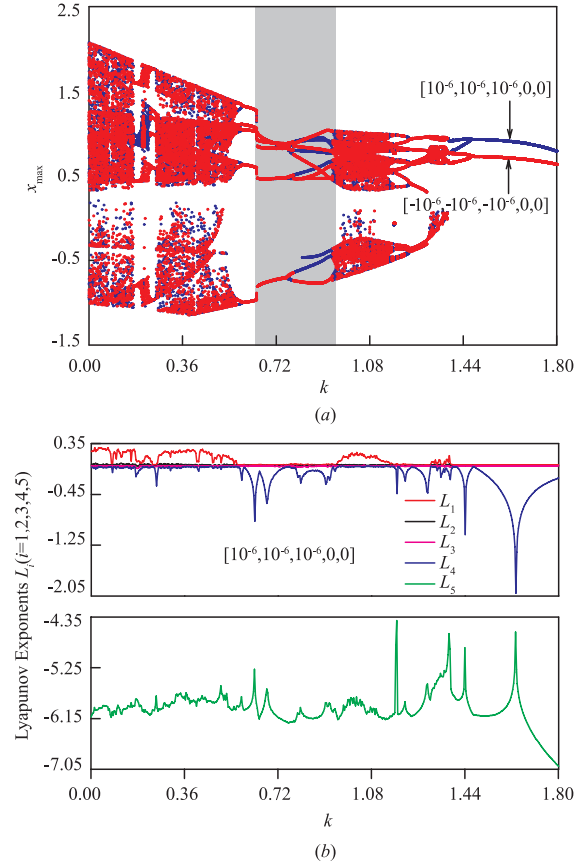


图3 随可变电导 G 参数值 k 变化的动力学特性
(a) $[\pm 10^{-6}, \pm 10^{-6}, \pm 10^{-6}, 0, 0]$,共存分岔图;
(b) $[10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, 0]$,李雅普诺夫指数谱

3.2 反单调特性

针对图3(a)中的阴影区域,选取6个离散的荷控忆阻参数 h_2 ,控制可变电导参数 k 的大小变化,其他参数保持不变,可获得一组关于 x 最大值的共存分岔图如图4.对比这组图片,可以观测系统发生正向和反向倍周期分岔时所形成的反单调现象.当非忆阻始条件 $x(0), y(0), z(0)$ 为正值时,分岔轨线为蓝色,负值为红色.为了更直观地观察反单调现象中共存气泡的产生过程,图4(b)~(e)对 $x_{\max} \in (-0.9, -0.3)$ 的一串共存气泡进行区域放大展示.图4(a)中,当 h_2 取值为0.0096时,可获得六对共存的周期1气泡,并且该周期轨道在 $h_2 = 0.01$ 演变成六对周期2气泡.类似地,在 $h_2 = 0.0104$ 时,分支转换为周期4气泡,随着 h_2 的进一步增加,共存周期气泡的分支分裂成小的混沌气泡.当 $h_2 = 0.0108$ 时,孪生的混沌气泡开始走向融合,形成一串串大面积的混沌气泡.最终,两种颜色的混沌气泡开始走向交叉融合,如图4(f)所示,其他的五组周期分支也随之形成一串串互相交叉的混沌气泡.

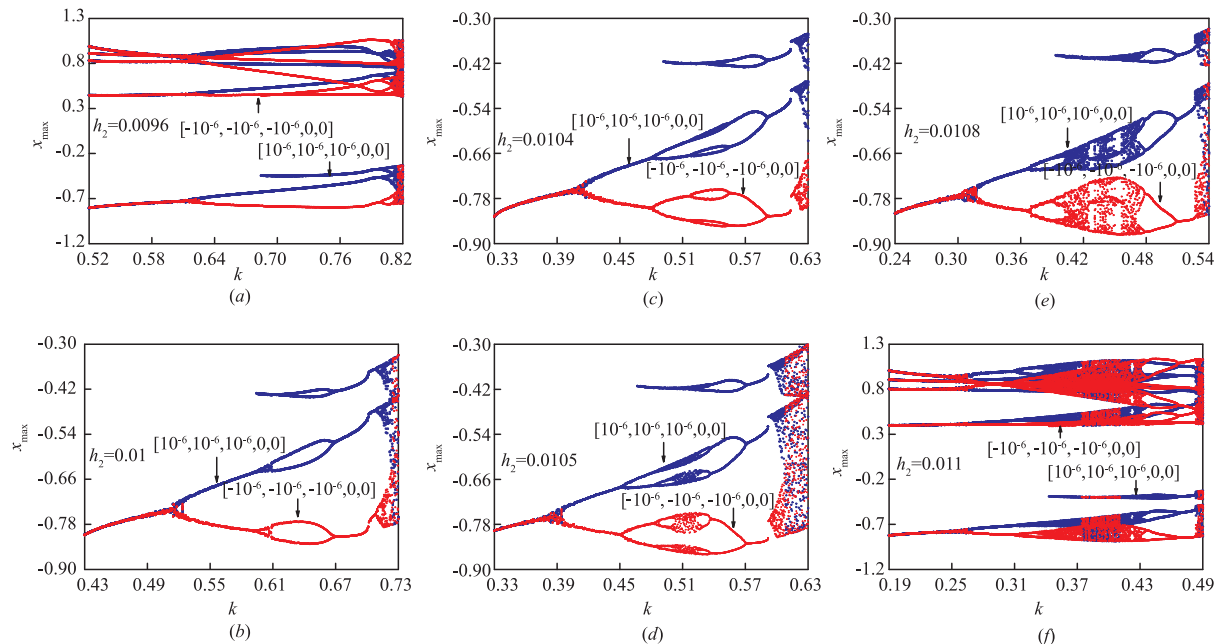


图4 关于忆阻参数的反单调现象 (a) 六对共存周期1气泡, $h_2=0.0096$; (b) 共存周期2气泡, $h_2=0.01$; (c) 共存周期4气泡, $h_2=0.0104$; (d) 共存两支路不接壤混沌气泡, $h_2=0.0105$; (e) 共存两支路接壤混沌气泡, $h_2=0.0108$; (f) 六对重叠共存混沌气泡, $h_2=0.011$

3.3 不完全对称共存行为

将非忆阻初始条件分别设定为 $x(0) = y(0) = z(0) = \pm 10^{-6}$, 忆阻初始条件设定为 $u(0) = 0$ 和 $v(0) = \pm 0.036$. 选择电感 G 的参数 c 为分岔参数, 其他元件取值如式(4)保持不变. 当 $c \in (18.4, 21.4)$ 时, 在四个对称初始条件下, 状态变量 y 的最大值共存分岔图如图 5(a). 在分岔图区域 I 内, 非忆阻初始条件相同情况下, 忆阻初始条件 $v(0)$ 无论正负, 振荡器的动力学行为一致, 系统的混沌吸引子是对称共存的. 而在分岔图区域 II 和区域 III 内, 四种初值情况下振荡器的吸引子是不对称共存的. 主要表现为当初始条件值全部为正数或者全部为负数时, 振荡器从区域 II 到区域 III 经历了从周期 2 到周期 1. 然而, 从另外两种初始条件出发的运动轨迹首先在区域 II 内表现为混沌、弱混沌、周期窗、多周期等运动状态, 最后在区域 III 内表现为周期 2 极限环和周期 1 极限环. 同时, 图 5(b) 是关于状态变量 y 从两个初始条件 $[10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, \pm 0.036]$ 下出发的前四根李雅普诺夫指数谱. 通过比对共存分岔图和李雅普诺夫指数谱可以发现, 在特定对称忆阻初值区间内, 含双忆阻的 Shinriki 振荡器拥有吸引子的不完全对称共存行为.

3.4 超级多稳态现象

双忆阻 Shinriki 振荡器对初始值极具敏感性, 当元件初值发生变化时系统将呈现出无限多吸引子共存的超级多稳态现象. 在系统(3)中, 将可变电导 G 的参数

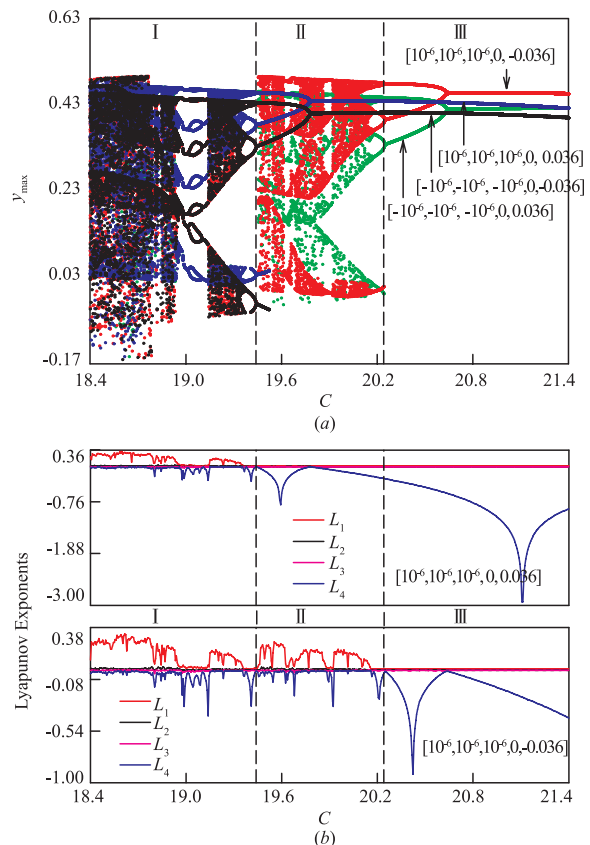


图5 不完全对称共存行为 (a) 对称初始条件下的共存分岔图; (b) $[10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, \pm 0.036]$ 李雅普诺夫指数对比图

值设定为 $k=0.05$, 其他参数由式(4)给定, 在不同初始条件平面上的吸引盆如图 6 所示. 图 6(a) 和 (b) 所对应的初始条件分别为 $[x(0), 0, 0, u(0), 0]$, $[x(0), 0, 0, 0, v(0)]$. 其中, $x(0)$ 代表的是电路中电容 C_0 的初始值, $u(0), v(0)$ 分别为两个忆阻的初始值. 标注的十种不同颜色分别代表系统不同的动力学行为, “FP” 表示的是稳定不动点, “ $P_i (i=1, 2 \dots 8)$ ” 为周期 1 至周期 8 极限环, “CM” 则是混沌、多周期等复杂运动. 为了更清晰地呈现振荡器依赖初值所产生的多稳态现象, 选取图 6(a) 中六组不同颜色区域中的 $u(0), x(0)$, 仿真出振荡器在 $y-u$ 平面上不同类型拓扑结构的吸引子相轨迹图如图 7(a) ~ (f) 所示.

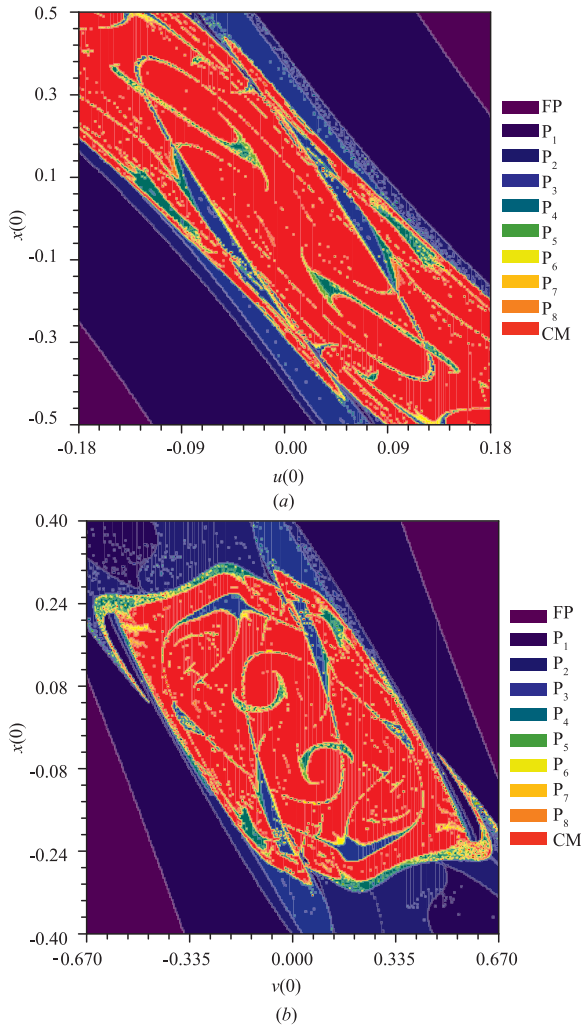


图6 不同初始条件平面上的吸引盆
(a) $x(0)$ - $u(0)$ 平面; (b) $x(0)$ - $v(0)$ 平面

明显地, 图 6 中的两张吸引盆均是关于原点中心对称的. 仔细观察, 可以发现这两张吸引盆均呈现的是零星的周期运动散落在大面积的复杂运动区域, 且复杂运动区域的外层逐渐被小周期环绕. 随着参数区间的扩大, 外层周期极限环的周期数呈现大趋势的降低

现象, 即由内至外, 从高周期降低到周期 1 极限环, 最后一层为稳定不动点. 值得注意的是, 图 6(b) 中的复杂运动区域呈现为被周期极限环完全包裹的状态, 而图 6(a) 呈现的是复杂运动与周期运动层层叠夹的状态. 当将图 6(a) 中的横坐标与图 6(b) 中的横坐标对比, 可以发现相同参数区间情况下, 变换有源荷控忆阻的初始条件能够产生更加广泛的动力学行为. 而稍稍扩大磁控忆阻的初值参数范围, 复杂运动随即消失, 周期态和稳定不动点将相继出现, 即控制忆阻 $M(q)$ 易产生更大的混沌域区间. 因此, 在对称的初始条件下, 双忆阻 Shinriki 振荡器可以产生多种拓扑结构吸引子共存的超级多稳态现象, 特别是在控制 $M(q)$ 初始条件情况下, 该振荡器表现出较强的鲁棒性和结构稳定性, 易于产生性能良好的伪随机序列作为密钥进行信息加密.

4 FPGA 数字电路实验

为了验证系统的数值仿真结果, 这里将基于 FPGA 技术对 Shinriki 非线性电路进行数字化实验. 考虑到含双忆阻振荡器为连续时间混沌系统, 需要首先将系统方程离散化. 由于该振荡器中含有两种不同类型的忆阻器和多种动态元件, 电路结构较为复杂, 采用精确度较高的四阶 Runge-Kutta 法对方程(3)进行离散化处理如下:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + T/6(k_{11} + 2k_{12} + 2k_{13} + k_{14}) \\ y_{i+1} = y_i + T/6(k_{21} + 2k_{22} + 2k_{23} + k_{24}) \\ z_{i+1} = z_i + T/6(k_{31} + 2k_{32} + 2k_{33} + k_{34}) \\ u_{i+1} = u_i + T/6(k_{41} + 2k_{42} + 2k_{43} + k_{44}) \\ v_{i+1} = v_i + T/6(k_{51} + 2k_{52} + 2k_{53} + k_{54}) \end{cases} \quad (5)$$

其中, 迭代系数 $k_{11} \sim k_{51}, k_{12} \sim k_{52}, k_{13} \sim k_{53}, k_{14} \sim k_{54}$ 表达式分别为:

$$\begin{cases} k_{11} = a(y_i - x_i)(e_1 + e_2 |u_i|) + adx_i \\ k_{21} = b(x_i - y_i)(e_1 + e_2 |u_i|) - bz_i - bky_i \\ k_{31} = cy_i - cz_i(h_1 + 3h_2 v_i^2) \\ k_{41} = y_i - x_i \\ k_{51} = z_i \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} k_{12} = a[(y_i + T/2k_{21}) - (x_i + T/2k_{11})] \\ \quad \cdot [e_1 + e_2 |(u_i + T/2k_{41})|] + ad(x_i + T/2k_{11}) \\ k_{22} = b[(x_i + T/2k_{11}) - (y_i + T/2k_{21})] \\ \quad \cdot [e_1 + e_2 |(u_i + T/2k_{41})|] - b(z_i + T/2k_{31}) \\ \quad - bk(y_i + T/2k_{21}) \\ k_{32} = c(y_i + T/2k_{21}) - c(z_i + T/2k_{31}) \\ \quad \cdot [h_1 + 3h_2 (v_i + T/2k_{51})^2] \\ k_{42} = (y_i + T/2k_{21}) - (x_i + T/2k_{11}) \\ k_{52} = z_i + T/2k_{31} \end{cases} \quad (7)$$

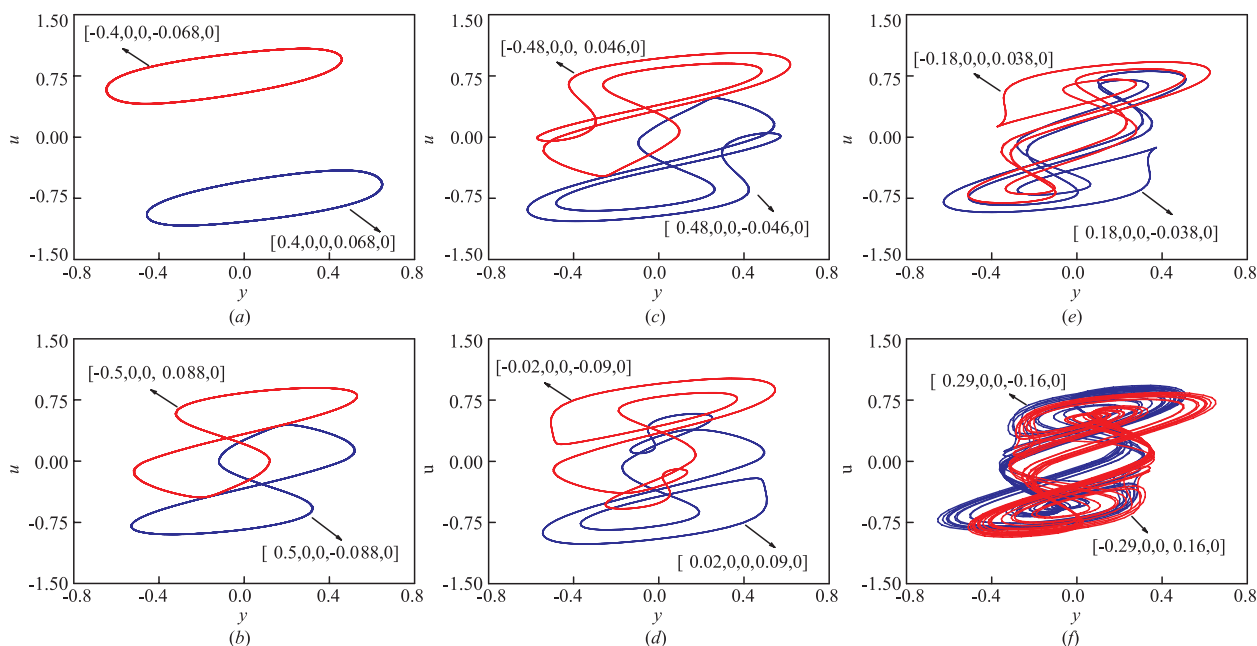


图7 共存吸引子相轨迹图 (a)[$\mp 0.4, 0, 0, \mp 0.068, 0$],周期1极限环; (b)[$\mp 0.5, 0, 0, \pm 0.088, 0$],周期2极限环; (c)[$\mp 0.48, 0, 0, \pm 0.046, 0$],周期3极限环; (d)[$\mp 0.02, 0, 0, \mp 0.09, 0$],周期4极限环; (e)[$\mp 0.18, 0, 0, \pm 0.038, 0$],周期5极限环; (f)[$\pm 0.29, 0, 0, \mp 0.16, 0$],双涡卷吸引子

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{13} = a[(y_i + T/2k_{22}) - (x_i + T/2k_{12})] \\ \quad \cdot [e_1 + e_2|(u_i + T/2k_{42})|] + ad(x_i + T/2k_{12}) \\ k_{23} = b[(x_i + T/2k_{12}) - (y_i + T/2k_{22})] \\ \quad \cdot [e_1 + e_2|(u_i + T/2k_{42})|] - b(z_i + T/2k_{32}) \\ \quad - bk(y_i + T/2k_{22}) \\ k_{33} = c(y_i + T/2k_{22}) - c(z_i + T/2k_{32}) \\ \quad \cdot [h_1 + 3h_2(v_i + T/2k_{52})^2] \\ k_{43} = (y_i + T/2k_{22}) - (x_i + T/2k_{12}) \\ k_{53} = z_i + T/2k_{32} \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{14} = a[(y_i + Tk_{23}) - (x_i + Tk_{13})] \\ \quad \cdot [e_1 + e_2|(u_i + Tk_{43})|] + ad(x_i + Tk_{13}) \\ k_{24} = b[(x_i + Tk_{13}) - (y_i + Tk_{23})] \\ \quad \cdot [e_1 + e_2|(u_i + Tk_{43})|] - b(z_i + Tk_{33}) \\ \quad - bk(y_i + Tk_{23}) \\ k_{34} = c(y_i + Tk_{23}) - c(z_i + Tk_{33}) [h_1 + 3h_2(v_i + Tk_{53})^2] \\ k_{44} = (y_i + Tk_{23}) - (x_i + Tk_{13}) \\ k_{54} = z_i + Tk_{33} \end{array} \right. \quad (9)$$

式中, i 为迭代运算次数, $T=0.001$ 为迭代步长.

根据方程(5)~(9),将程序分为四个模块, Module_TMSO, Module_4_R_K, Module_XB_Re, Module_change. 其中,第一个模块为顶层模块,其他三个模块为底层模块. 顶层模块按次序调用其他三个底层模块,控

制整个程序的计算顺序. 利用 Verilog 语言,描述上述模块以及它们之间的电气连接关系,综合生成得到含双忆阻 Shinriki 振荡器的 RTL 电路. 通过烧录器将 FPGA 开发板与 PC 机相连,PC 机与 DA 转换器直接相连,DA 转换模块通过双母头连接线与数字示波器相连. 将编写好的程序添加进 Xilinx ISE 平台的工程中,对其进行综合、翻译、映射、布局布线. 并且,点击 Xilinx 软件中的“Configure Target Device”选项,生成 bit 文件;点击“Programme Download”,将生成的 bit 文件烧录至 FPGA 开发板;点击开发板 Reset 键进行调试,示波器上将会观测到 FPGA 开发板的输出波形. 修改顶层模块中的相关电路参数和初值条件,重新综合、编译、烧录,可以通过示波器观测到系统的共存吸引子如图 8,其中图 8(a)~(c)分别与图 2、图 7(b)和(d)中的共存吸引子轨迹一致. 可见,将示波器观测的输出波形与仿真得到的图像比较,除去实验设备误差等因素的影响,试验测试数据与仿真数据基本吻合,表明对于含双忆阻 Shinriki 振荡器的动力学分析是准确的.

由上可知,相较于文献[17~19]中的 Shinriki 振荡器,本文所提出的含双忆阻 Shinriki 振荡器不但表现出和经典 Shinriki 电路相同的周期运动、混沌危机、分岔现象等常规动力学行为,还具有多串周期-混沌气泡共存、吸引子不完全对称共存、超级多稳态等复杂动力学特性. 并且,含丰富动力学特性的振荡器所产生的混沌序列通常具有较强的伪随机性、抗破解性和可拓展性,在图像加密与保密通讯等领域有很高的研究价值与工程意义.

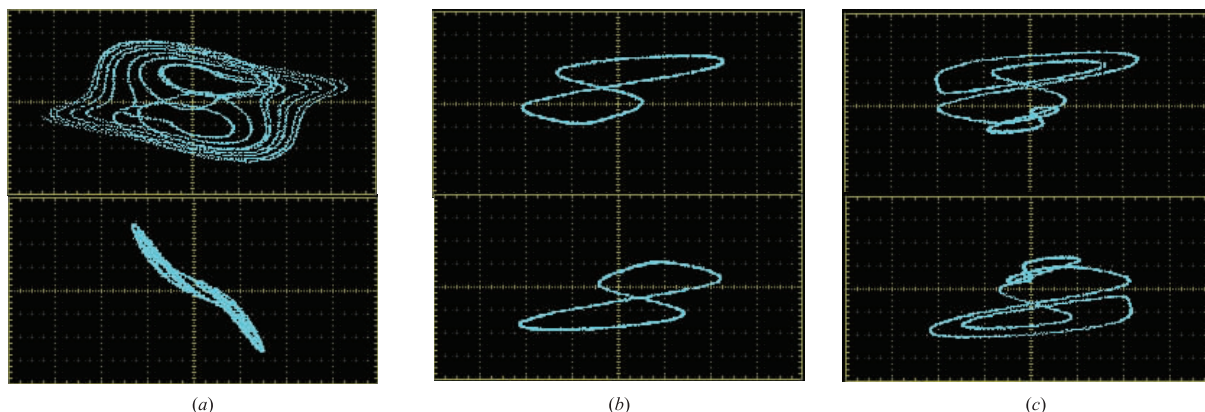


图8 示波器输出图 (a) $x-v$ 平面 $u-v$ 和平面相轨迹图, $CH1=500\text{mV}$, $CH2=1\text{V}$; (b) 共存周期2极限环, $CH1=200\text{mV}$, $CH2=500\text{mV}$; (c) 共存周期4极限环 $CH1=200\text{mV}$, $CH2=500\text{mV}$

5 结论

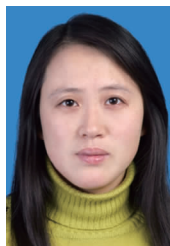
本文基于经典的 Shinriki 振荡器,利用含绝对值项的磁控忆阻取代电路中的二极管串并联回路,在电感支路串联一个有源荷控忆阻,获得了新型的含双忆阻 Shinriki 振荡电路.经过数值仿真分析发现,控制电路中可变电导 G 的大小变化,可以观测振荡器的多种模式共存分岔现象和共存吸引子.特别地,在指定忆阻参数值或者忆阻初始条件情况下,含双忆阻 Shinriki 振荡器将会分别呈现出关于参数 k 的共存反单调现象和关于参数 c 的不完全对称共存行为.此外,振荡器对状态方程初值表现出极大依赖性,初值的变化将会引起无限多吸引子共存的超级多稳态现象.最后,对含双忆阻 Shinriki 振荡器进行了数字化电路实现,从示波器观察到了系统的共存吸引子,证实了数值仿真的有效性.

参考文献

- [1] Chua L O. Memristor-The missing circuit element [J]. IEEE Trans Circuit Theory, 1971, 18(5): 507 - 519.
- [2] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, et al. The missing memristor found [J]. Nature, 2008, 453(5): 80 - 83.
- [3] Bao B, Wu H, Li X, et al. Coexistence of multiple attractors in an active diode pair based Chua's circuit [J]. International Journal of Bifurcation & Chaos, 2018, 28(2): 1850019.
- [4] 俞清, 包伯成, 胡丰伟, 等. 基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器研究 [J]. 物理学报, 2014, 63(24): 240505. Yu Q, Bao B C, Hu F W, et al. Wien-bridge chaotic oscillator based on first-order generalized memristor [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(24): 240505. (in Chinese)
- [5] 闵富红, 王珠林, 曹弋, 王恩荣. 基于双曲函数的双忆阻器混沌电路多稳态特性分析 [J]. 电子学报, 2018, 46(2): 0486 - 0494. Min FH, Wang ZL, Cao Y, Wang ER. Multistability analysis of a dual-memristor circuit based on hyperbolic function [J]. Acta Electronica sinica, 2018, 46(2): 0486 - 0494. (in Chinese)
- [6] 武花干, 包伯成, 徐权. 基于二极管桥与串联 RL 滤波器的一阶广义忆阻模拟器 [J]. 电子学报, 2015, 43(10): 2129 - 2132. Wu H G, Bao B C, Xu Q. First order generalized memristor emulator based on diode bridge and series RL filter [J]. Acta Electronica sinica, 2015, 43(10): 2129 - 2132. (in Chinese)
- [7] Li C, Min FH, Li CB. Multiple coexisting attractors of the serial-parallel memristor-based chaotic system and its adaptive e generalized synchronization [J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 94(4): 2785 - 2806.
- [8] Peng G, Min F. Multistability analysis, circuit implementations and application in image encryption of a novel memristive chaotic circuit [J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 90(3): 1607 - 1625.
- [9] 刘军, 段书凯, 李天舒, 等. 忆阻 PID 控制器在机械臂实时控制系统中的应用研究 [J]. 电子学报, 2017, 45(11): 2795 - 2799. Liu J, Duan SK, Li TS, et al. Research on the M-PID controller application in real time control system of robot arm [J]. Acta Electronica sinica, 2017, 45(11): 2795 - 2799. (in Chinese)
- [10] Yuan F, Wang G, Wang X. Extreme multistability in a memristor-based multi-scroll hyper-chaotic system [J]. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2016, 26(7): 073107.
- [11] Bao B, Jiang T, Wang G, et al. Two-memristor-based Chua's hyperchaotic circuit with plane equilibrium and its extreme multistability [J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 89(2): 1157 - 1171.
- [12] Zhang S, Zeng Y. A simple Jerk-like system without equilibrium: Asymmetric coexisting hidden attractors, bursting

- oscillation and double full Feigenbaum remerging trees [J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2019, 120(3): 25–40.
- [13] Bao B, Hu A, Bao H, et al. Three-dimensional memristive Hindmarsh-Rose neuron model with hidden coexisting asymmetric behaviors [J]. *Complexity*, 2018, 2018(4): 1–11.
- [14] Kan I, Kocak H, Yorke J A. Antimonotonicity: Concurrent creation and annihilation of periodic orbits [J]. *Annals of Mathematics*, 1992, 136(2): 219–252.
- [15] Tamba V K, Fotsin H B, Kengne J, et al. Emergence of complex dynamical behaviors in improved Colpitts oscillators: Antimonotonicity, coexisting attractors, and metastable chaos [J]. *International Journal of Dynamics & Control*, 2016, 5(3): 1–12.
- [16] Shinriki M, Yamamoto M, Mori S. Multimode oscillations in a modified Van Der Pol oscillator containing a positive nonlinear conductance [J]. *Proc IEEE*, 1981, 69(3): 394–395.
- [17] Freire E, Franquelo L G, Aracil J. Periodicity and chaos in an autonomous electronic system [J]. *IEEE Transactions on Circuits & Systems*, 1984, 31(3): 237–247.
- [18] Vitanov K N, Siefert M, Peinke J. Dynamical analysis of a noise influenced Shinriki oscillator [J]. *Comptes Rendus De L'Academie Bulgare Des Sciences*, 2002, 55(7): 519–533.
- [19] Kengne J, Njitacke T Z, Kamdoum T V, et al. Periodicity, chaos, and multiple attractors in a memristor-based Shinriki's circuit [J]. *Chaos*, 2015, 25(10): 103126.

作者简介



闵富红(通信作者) 女, 1970年生, 教授, 南京师范大学硕士研究生导师, 研究方向为非线性电路与系统、混沌系统的同步与控制。
E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn



金秋森 男, 1994年生, 现为南京师范大学硕士研究生, 电气工程专业, 研究方向为非线性电路与系统。
E-mail: 758522598@qq.com